

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”  
Декан факультету  
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

“29” серпня 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Елементи алгебри та теорії чисел

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ перший (бакалаврський) рівень \_\_\_\_\_

галузь знань 11– Математика та статистика \_\_\_\_\_

спеціальність 113 – Прикладна математика \_\_\_\_\_

освітня програма «Прикладна математика» \_\_\_\_\_

спеціалізація \_\_\_\_\_

вид дисципліни \_\_\_\_\_ обов'язкова \_\_\_\_\_

факультет \_\_\_\_\_ математики і інформатики \_\_\_\_\_

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

“27” серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

**Каролінський Євген Олександрович**, канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент закладу вищої освіти кафедри фундаментальної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики  
Протокол від “26” серпня 2024 року № 1

В. о. завідувача кафедри фундаментальної математики

Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом  
освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

Гарант освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією  
факультету математики і інформатики

Протокол від “27” серпня 2024 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Елементи алгебри та теорії чисел**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр спеціальності 113 – прикладна математика**

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є навчання майбутніх спеціалістів основам теорії чисел, а також алгебри комплексних чисел та многочленів однієї змінної.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам алгебри та теорії чисел та застосуванню цих методів для розв'язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру.

#### 1.2.1. Формування наступних інтегральної та загальних компетентностей

ІК01. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

#### 1.2.2. Формування наступних фахових компетентностей

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК17. Здатність розуміти математичні доведення, запропонувати оригінальні доведення, встановлювати їх правильність і отримувати висновки.

1.3. Кількість кредитів – 6

1.4. Загальна кількість годин – 180

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<b>Обов'язкова</b>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	
Семестр	
1-й	
Лекції	
48 год.	
Практичні, семінарські заняття	
48 год.	
Лабораторні заняття	

Самостійна робота	
84 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

### 1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

#### Знати:

- Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.
- Основні принципи арифметики цілих чисел: подільність, ділення з остачею, найбільший спільний дільник, прості числа, основна теорема арифметики, рівняння за модулем  $n$  та класи лишків, лінійні рівняння за модулем  $n$ , китайська теорема про лишки, мала теорема Ферма та теорема Ейлера.
- Аксиоми поля та приклади полів.
- Основні властивості комплексних чисел.
- Аксиоми кільця та приклади кілець.
- Основні властивості многочленів однієї змінної: подільність, ділення з остачею, найбільший спільний дільник, розкладення многочлена на незвідні множники, корені многочлена та теорема Безу, кратність кореня та похідна, основну теорему алгебри, інтерполяцію, теореми Штурма.
- Поняття про раціональні функції однієї змінної, розкладення на найпростіші дроби.

#### Уміти:

- Виконувати арифметичні дії з цілими числами, виконувати ділення з остачею, знаходити найбільший спільний дільник за допомогою алгоритму Евкліда, розкласти цілі числа на прості множники, виконувати арифметичні дії з класами лишків, розв'язувати лінійні рівняння за модулем  $n$ , користатись китайською теоремою про лишки.
- Виконувати арифметичні дії з комплексними числами, знаходити модуль, аргумент та тригонометричну форму комплексного числа.
- Розв'язувати рівняння третього та четвертого ступенів.
- Виконувати арифметичні дії з многочленами однієї змінної, виконувати ділення з остачею, знаходити найбільший спільний дільник за допомогою алгоритму Евкліда, розкласти многочлени на незвідні множники, обчислювати кратність кореня многочлена, обчислювати інтерполяційний многочлен, приблизно обчислювати дійсні корені многочлена за допомогою методу Штурма.
- Розкласти раціональну функцію в суму найпростіших.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні досягти таких програмних результатів навчання:

PH02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

PH21. Демонструвати розуміння загальних принципів побудови математичних теорій, основних понять логіки, уміти формулювати та доводити математичні твердження.

PH22. Уміти отримувати змістовні висновки, наводити та аналізувати приклади і контрприкладів, перевіряти і обґрунтовувати правильність застосованих міркувань і отриманих розв'язків.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Розділ 1. Арифметика та комплексні числа

#### Тема 1. Елементи арифметики

1. Подільність цілих чисел, ділення з остачею, найбільший спільний дільник.
2. Прості числа, основна теорема арифметики.
3. Рівняння за модулем  $n$  та класи лишків, лінійні рівняння за модулем  $n$ , китайська теорема про лишки.
4. Мала теорема Ферма та теорема Ейлера.

#### Тема 2. Поле комплексних чисел

1. Визначення поля. Приклади полів. Побудова поля комплексних чисел. Аксиоматичний опис поля комплексних чисел.
2. Тригонометрична форма комплексного числа. Формула Муавра. Корені з одиниці та їх властивості.
3. Рівняння третього та четвертого ступенів.

### Розділ 2. Многочлени та раціональні функції однієї змінної

#### Тема 1. Кільце многочленів однієї змінної

1. Визначення кільця. Приклади кільця. Побудова кільця многочленів однієї змінної.
2. Подільність у кільці многочленів. Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда.
3. Незвідні многочлени. Розкладання многочлену у добуток незвідних. Корені многочлену та теорема Безу.
4. Кратність кореня многочлена. Похідна та кратні корені. Основна теорема алгебри (без доведення).
5. Інтерполяційний многочлен. Формули Лагранжа та Ньютона.
6. Відділення дійсних коренів дійсних многочленів. Метод Штурма.

#### Тема 2. Поле раціональних функцій однієї змінної

1. Кільця без дільників нуля. Поле часток кільця без дільників нуля. Поле раціональних функцій однієї змінної.
2. Розкладання раціональної функції в суму найпростіших.

## 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усьо го	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Арифметика та комплексні числа</b>												
Тема 1. Елементи арифметики	45	12	12			21						
Тема 2. Поле комплексних чисел	45	12	12			21						
Разом за розділом 1	90	24	24			42						
<b>Розділ 2. Многочлени та раціональні функції однієї змінної</b>												
Тема 1. Кільце многочленів однієї змінної	52	14	10			28						
Тема 2. Поле раціональних функцій однієї змінної	34	10	10			14						

змінної												
Разом за розділом 2	86	24	20			42						
Контрольні роботи (2)	4		4									
<b>Усього годин</b>	<b>180</b>	<b>48</b>	<b>48</b>			<b>84</b>						

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Елементи арифметики Ділення з остачею, найбільший спільний дільник, розкладання цілих чисел на прості множники, дії з класами лишків, лінійні рівняння за модулем $n$ , китайська теорема про лишки.	12
2	Поле комплексних чисел Дії з комплексними числами. Модуль, аргумент та тригонометрична форма комплексного числа, її застосування. Рівняння третього та четвертого ступенів.	12
3	Кільце многочленів однієї змінної Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда. Незвідні многочлени. Розкладання многочлену у добуток незвідних. Корені многочлена та теорема Безу. Кратність кореня многочлена. Похідна та кратні корені. Інтерполяційний многочлен. Формули Лагранжа та Ньютона. Відділення дійсних коренів дійсних многочленів. Метод Штурма.	10
4	Раціональні функції Розкладання раціональної функції в суму найпростіших.	10
5	Контрольні роботи (2)	4
	<b>Разом</b>	<b>48</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Елементи арифметики (домашнє завдання).	21
2	Поле комплексних чисел (домашнє завдання).	21
3	Кільце многочленів однієї змінної (домашнє завдання).	24
4	Раціональні функції (домашнє завдання).	12
5	Підготовка до контрольних робіт (2).	6
	<b>Разом</b>	<b>84</b>

#### 6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

#### 7. Методи навчання

Лекції (розкриваються принципові та найбільш важливі аспекти визначених тем) із застосуванням мультимедійних засобів навчання; інтерактивні практичні заняття з елементами теоретичних питань.

#### 8. Методи контролю

Поточний семестровий (перевірка виконання домашніх завдань; контрольних робіт (2)); підсумковий семестровий (екзамен).

### 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Контрольні роботи, передбачені навчальним планом	Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1		Розділ 2		40	60	40	100
T1	T2	T1	T2				
5	5	5	5				

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю (екзамену) програмою не передбачена.

### Критерії оцінювання навчальних досягнень

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань. За активність під час занять можуть нараховуватись бонусні бали.

За контрольні роботи бали нараховуються таким чином:

максимальний бал у разі правильно обґрунтованої відповіді;

за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;

за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід розв'язання в цілому правильний;

у разі частково правильних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді виставляється до 30 відсотків від максимальної кількості балів;

відповідь не відповідає жодному з критеріїв, які сформульовані вище, – виставляється 0 балів.

Екзаменаційний білет складається з двох теоретичних питань та однієї задачі.

Максимальну кількість балів за теоретичні питання можна отримати, якщо сформулювати та довести відповідні твердження, навести необхідні приклади. Якщо студент правильно описав ідею доведення, але не зміг до кінця привести відповідні викладки, то оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків. У випадку, коли студент зробив помилки при формулюванні тверджень або не зміг пояснити ідею доведення чи навести приклади, то оцінка зменшується від 40 до 100 відсотків. Задача оцінюється за тими ж принципами, що контрольні роботи.

### Шкала оцінювання: чотирирівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90–100	відмінно
70–89	добре
50–69	задовільно
1–49	незадовільно

## **10. Рекомендована література**

### **Основна література**

1. Андрійчук В.І., Забавський Б. В. Алгебра і теорія чисел. – Львів, 2005.
2. Завало С. Т. та ін. Алгебра і теорія чисел: практикум. Частина 2. – Київ, Вища школа, 1986.

### **Допоміжна література**

1. Vinberg E. A Course in Algebra. – AMS, 2003.
2. Безущак О. О., Ганюшкін О. Г., Кочубінська Є. А. Навчальний посібник з лінійної алгебри. – Київ, 2019.
3. Безущак О. О., Ганюшкін О. Г., Кочубінська Є. А. Завдання до практичних занять з лінійної алгебри. – Київ, 2016.
4. Ireland K., Rosen M. A Classical Introduction to Modern Number Theory. – Springer, 1990.
5. Lang S. Algebra. – Springer, 2002.
6. Kostrikin A.I. Introduction to algebra. – Springer, 1982.